Betingad sannolikhet

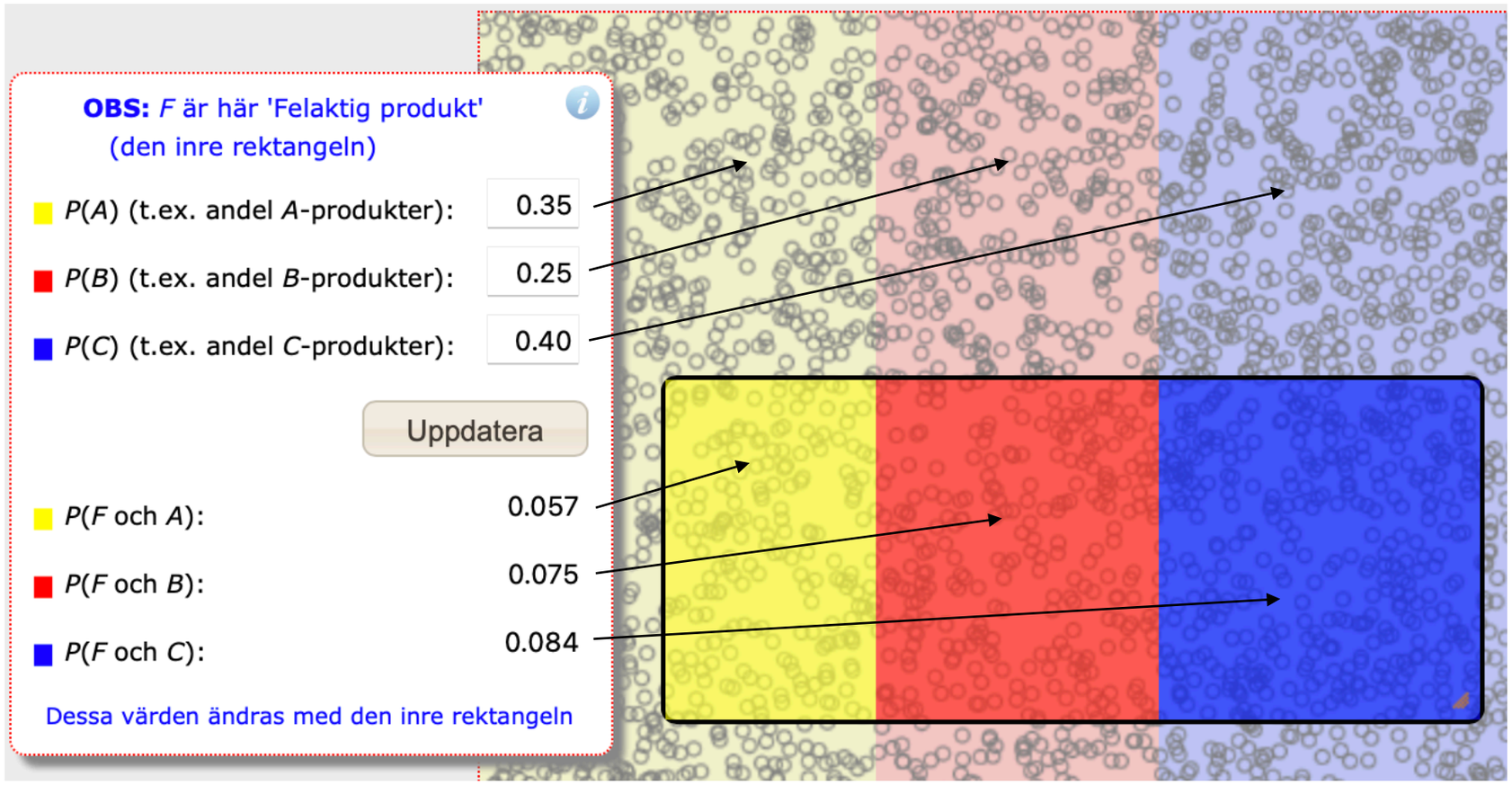
(I) $$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$P(A \mid B)$	sannolikheten för A givet B
$P(A \cap B)$	sannolikheten för A och B
$P(B)$	sannolikheten för B

(II) $$P(A \cap B) = P(A \mid B) \cdot P(B)$$

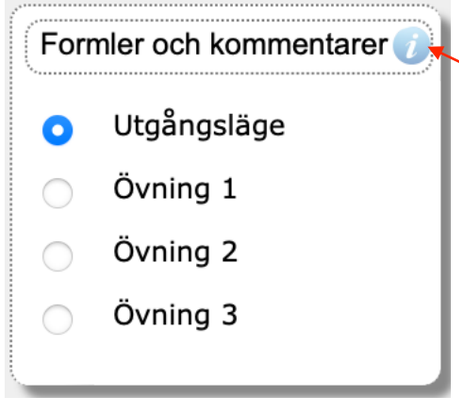
Uttryck (I) ovan är definitionen för betingad sannolikhet.

Vid användning är dock (II) ett lättare sätt att få ett värde på ’sannolikheten för A och B’.



Till höger visas beräkningen för ’Sannolikheten för F givet B’. *F* är här händelsen ’Felaktig produkt’.

Sannolikheten att en *A*-produkt är felaktig är alltså en kvot mellan de två uppgifterna på sidan.



Mer info om beräkningar finns under info-knappen.

$$P(F \text{ givet } A) = \frac{0.057}{0.350} = \mathbf{0.163}$$

$$P(F \text{ givet } B) = \frac{0.075}{0.250} = \mathbf{0.300}$$

$$P(F \text{ givet } C) = \frac{0.084}{0.400} = \mathbf{0.210}$$

Betingad sannolikhet (forts)

OBS: *F* är här 'Felaktig produkt'
(den inre rektangeln)

P(*A*) (t.ex. andel *A*-produkter):	0.03
P(*B*) (t.ex. andel *B*-produkter):	0.97
P(*C*) (t.ex. andel *C*-produkter):	0

Uppdatera

P(*F* och *A*):	0.029
P(*F* och *B*):	0.015
P(*F* och *C*):	0.000

Dessa värden ändras med den inre rektangeln

$$P(F \text{ givet } A) = \frac{0.029}{0.030} = \mathbf{0.967}$$

$$P(F \text{ givet } B) = \frac{0.015}{0.970} = \mathbf{0.015}$$

$$P(F \text{ givet } C) = \frac{0.000}{0.000} = \mathbf{0.000}$$

Här är det bara två grupper, ’sjuk’ respektive ’frisk’. ’F’ är händelsen att bli diagnosticerad som ’sjuk’.

Som synes täcker den inre gula ytan (0.029) nästa hela den yttre gula ytan (0.030) och det alltså en liten del av ’sjuk’ som (felaktigt) inte diagnosticeras ’F’.

En central fråga

Antag att en person har diagnosticeras som ’sjuk’.
Vad är sannolikheten att hen verkligen är sjuk?

Se nästa sida.

Betingad sannolikhet (forts)

Beräkningen av sannolikheten att en person som diagnostiserats (´*F*˝) (dvs som ’sjuk’) verkligen är ’sjuk’ blir 0.652 trots att *P*(*F* givet *A*) = 0.967:

$$P(A \text{ givet } F) = \frac{P(F \text{ och } A)}{P(F)}$$

$$P(A \text{ givet } F) = \frac{P(F \text{ och } A)}{P(F \text{ och } A) + P(F \text{ och } B) + P(F \text{ och } C)} =$$

$$P(A \text{ givet } F) = \frac{P(F \text{ givet } A) \times P(A)}{P(F \text{ givet } A) \times P(A) + P(F \text{ givet } B) \times P(B) + P(F \text{ givet } C) \times P(C)} =$$

$$= \frac{0.967 \times 0.030}{0.967 \times 0.030 + 0.015 \times 0.970 + 0.000 \times 0.000} = \mathbf{0.652}$$

Sannolikheten för *F* givet *B* (dvs ’frisk’)

Om sannolikheten för den felaktiga diagnosen ”*F* givet *B* (dvs ’frisk’)” minskar kommer den beräknade värdet ovan att bli närmare 1 alltså ett bättre beslut.